



DIVISIÓN
CIENCIAS
BÁSICAS

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
PRIMER EXAMEN FINAL COLEGIADO
CINEMÁTICA Y DINÁMICA



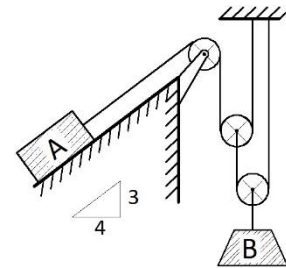
SEMESTRE 2015-2

27 DE MAYO DE 2015

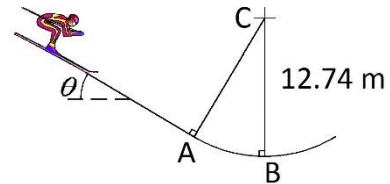
NOMBRE DEL ALUMNO: _____ GRUPO: _____

INSTRUCCIONES: Lea cuidadosamente los enunciados de los cuatro reactivos que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de dos horas.

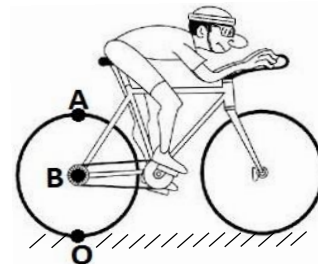
1. Los cuerpos A y B de 100 y 50 kg de masa, respectivamente, e inicialmente en reposo, están conectados como se muestra en la figura. Si los coeficientes de fricción estática y cinética entre el plano inclinado y el cuerpo A valen 0.3 y 0.2, respectivamente, determine la velocidad de A cuando B haya recorrido 0.5 m. Las masas de las poleas y de las cuerdas son despreciables.



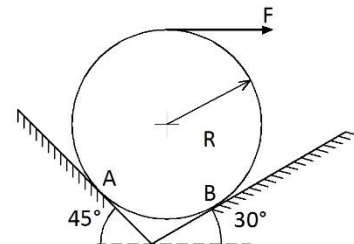
2. El esquiador de la figura pasa por el punto A con una rapidez de 36 km/h. De A a B el radio de curvatura de su trayectoria es de 12.74 m. Determinar el ángulo θ de la pista si al pasar por B el esquiador alcanza una rapidez de 54 km/h. La fricción es despreciable.



3. El ciclista de la figura se mueve hacia la derecha con una velocidad de 36 km/h. El diámetro de las ruedas de la bicicleta es de 500 mm. Determine las velocidades lineales de los puntos A , O y B .

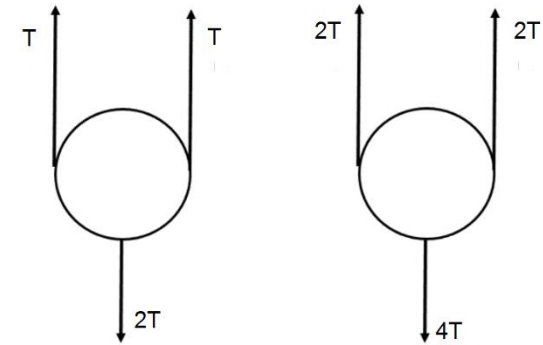


4. Un cilindro homogéneo macizo de radio R y masa m descansa sobre dos planos lisos. Si se jala desde su perímetro con una fuerza F horizontal a la derecha, determine: a) las reacciones de las superficies en función de F y m ; b) la aceleración angular correspondiente del cilindro en función de F , m y R ; c) la fuerza F necesaria para que el cilindro se separe del punto A .



1)

Poleas móviles

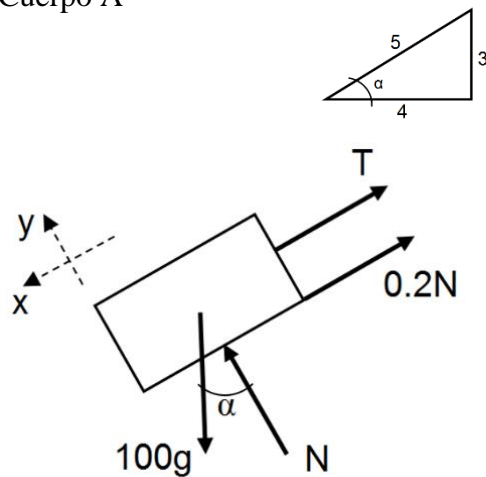


Relación cinemática

$$|a_A| + 4|a_B| = 0$$

$$|v_A| + 4|v_B| = 0$$

Cuerpo A



$$\sum F_y = 0$$

$$N - 100g \left(\frac{4}{5}\right) = 0$$

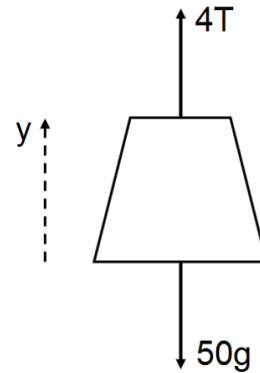
$$N = 80g$$

$$\sum F_x = ma$$

$$100g \left(\frac{3}{5}\right) - 0.2(80g) - T = 100a_A$$

$$T = 59.84g - 400a_B \text{ _____(1)}$$

Cuerpo B



$$\sum F_y = ma$$

$$4T - 50g = 50a_B$$

$$T = 12.5g + 12.5a_B \text{ _____(2)}$$

Igualando (1) y (2)

$$12.5g + 12.5a_B = 59.84g - 400a_B$$

$$412.5a_B = 47.34g$$

$$a_B = 1.126$$

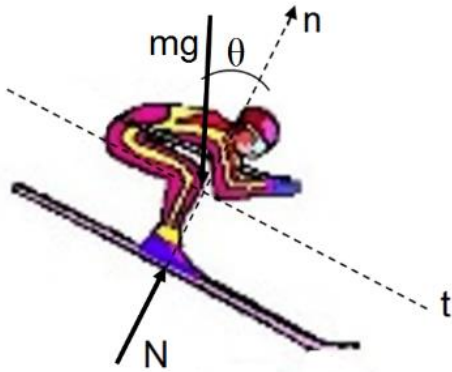
$$v_B^2 = 2a_B s = 2(1.126)0.5$$

$$v_B = 1.061$$

$$v_A = 4v_B$$

$$v_A = 4.24 \text{ m/s } \angle 36.9^\circ$$

2)



$$36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

$$54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$$

$$\sum F_T = ma_T$$

$$mg \sin \theta = m \frac{v dv}{ds}$$

$$\int_0^\theta gr \sin \theta d\theta = \int_{10}^v v dv$$

$$gr(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}(v^2 - 100)$$

$$1 - \cos \theta = \frac{v^2 - 100}{2gr}$$

$$\cos \theta = 1 - \frac{v^2 - 100}{2gr}$$

Para $v = 15 \text{ m/s}$ y $r = 12.74 \text{ m}$

$$\cos \theta = 1 - \frac{15^2 - 100}{2(9.81)(12.74)} = 0.5$$

$$\theta = 60^\circ$$

3)

El punto B lleva la misma velocidad que la bicicleta, por lo tanto:

$$v_B = 10 \text{ m/s} \rightarrow$$

Se sabe que $\bar{v}_A = \bar{v}_{A/B} + \bar{v}_B$

$$\bar{v}_A = \bar{\omega} \times \bar{r}_{A/O} + \bar{v}_B$$

$$\omega = \frac{v_B}{r} = \frac{10}{0.5} = 20 \text{ rad/s}$$

$$\bar{\omega} = -20k$$

$$\bar{r}_{A/B} = 0.5j$$

$$\bar{v}_A = -20k \times 0.5j + 10i$$

$$\bar{v}_A = 10i + 10i = 20i$$

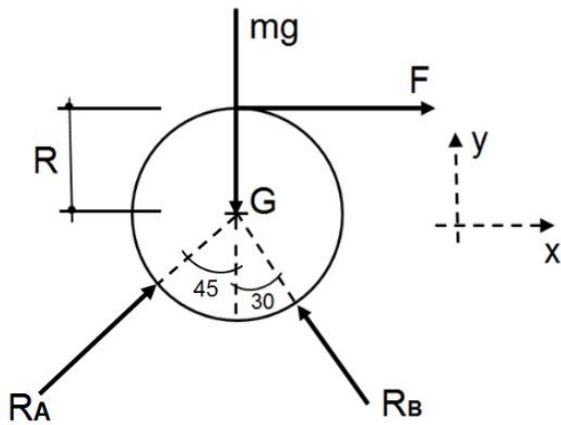
$$v_A = 20 \text{ m/s} \rightarrow$$

Como C está en contacto con la superficie, tiene la misma velocidad que ésta.

Por lo tanto

$$v_C = 0$$

4)



$$R_B = \frac{2(mg + F)}{1 + \sqrt{3}}$$

Para $R_A = 0$

$$mg\sqrt{2} - F\sqrt{6} = 0$$

$$F = \frac{mg}{\sqrt{3}}$$

$$\sum M_{\alpha} F = \alpha \bar{I}$$

$$FR = \alpha \left[\frac{1}{2} mR^2 \right]$$

$$\alpha = \frac{2F}{mR}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\frac{R_A\sqrt{2}}{2} - \frac{R_B}{2} + F = 0$$

$$R_A\sqrt{2} - R_B = 2F \text{ _____ (1)}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\frac{R_A\sqrt{2}}{2} + \frac{R_B\sqrt{3}}{2} - mg = 0$$

$$R_A\sqrt{2} + R_B\sqrt{3} = 2mg \text{ _____ (2)}$$

De (1) y (2)

$$R_A = \frac{mg\sqrt{2} - F\sqrt{6}}{1 + \sqrt{3}}$$